

A.7 Chapter 7 Answers

155

(S122) $\exists x((Fx \ \& \ \forall y(Fy \rightarrow y=x)) \ \& \ Gx), \ \sim Ga \vdash \ \sim Fa$

1	(1)	$\exists x((Fx \ \& \ \forall y(Fy \rightarrow y=x)) \ \& \ Gx)$	A
2	(2)	$\sim Ga$	A
3	(3)	$(Fb \ \& \ \forall y(Fy \rightarrow y=b)) \ \& \ Gb$	A
3	(4)	$Fb \ \& \ \forall y(Fy \rightarrow y=b)$	3 & E
3	(5)	$\forall y(Fy \rightarrow y=b)$	4 & E
6	(6)	Fa	A
3	(7)	$Fa \rightarrow a=b$	5 \forall E
3,6	(8)	$a=b$	6,7 \rightarrow E
3	(9)	Gb	3 & E
3,6	(10)	Ga	8,9 =E
2,3	(11)	$\sim Fa$	2,10 RAA (6)
1,2	(12)	$\sim Fa$	1,11 \exists E(3)

(S125) $\forall x\exists yGyx, \ \forall xy(Gxy \rightarrow \sim Gyx) \vdash \ \sim\exists y\forall x(x\neq y \rightarrow Gyx)$

1	(1)	$\forall x\exists yGyx \rightarrow$	A
2	(2)	$\forall xy(Gxy \rightarrow \sim Gyx)$	A
3	(3)	$\exists y\forall x(x\neq y \rightarrow Gyx)$	A
4	(4)	$\forall x(x\neq a \rightarrow Gax)$	4
1	(5)	$\exists yGya$	1 \forall E
6	(6)	Gba	A
2	(7)	$\forall y(Gay \rightarrow \sim Gya)$	2 \forall E
2	(8)	$Gab \rightarrow \sim Gba$	7 \forall E
2,6	(9)	$\sim Gab$	6,8 MTT
4	(10)	$b\neq a \rightarrow Gab$	4 \forall E
2,4,6	(11)	$b=a$	9,10 MTT
2,4,6	(12)	Gaa	6,11 =E
2,4,6	(13)	$\sim Gaa$	9,11 =E
2,4,6	(14)	$\sim\exists y\forall x(x\neq y \rightarrow Gyx)$	12,13 RAA(3)
1,2,4	(15)	$\sim\exists y\forall x(x\neq y \rightarrow Gyx)$	5,14 \exists E(6)
1,2,3	(16)	$\sim\exists y\forall x(x\neq y \rightarrow Gyx)$	3,15 \exists E(4)
1,2	(17)	$\sim\exists y\forall x(x\neq y \rightarrow Gyx)$	3,16 RAA(3)

Exercise 7.3 Countermodels

i	U: {f,g}	a: f	b: f	c: g	d: g
v	U: {a,b,c}	F: {a,b}			
vi	U: {a}	F: {a}	G: {a}		
viii	U: {a}	F: { }			
xi	U: \mathbb{N}	G: {(m,n) : m > n}	a: zero		