

A.2 Chapter 2 Answers

105

Exercise 2.1.3 Harder proofs

i $P \rightarrow Q \ \& \ R, R \vee \sim Q \rightarrow S \ \& \ T, T \leftrightarrow U \vdash P \rightarrow U$

1	(1)	$P \rightarrow Q \ \& \ R$	A
2	(2)	$R \vee \sim Q \rightarrow S \ \& \ T$	A
3	(3)	$T \leftrightarrow U$	A
4	(4)	P	A
1,4	(5)	$Q \ \& \ R$	1,4 \rightarrow E
1,4	(6)	R	5 $\&$ E
1,4	(7)	$R \vee \sim Q$	6 \vee I
1,2,4	(8)	$S \ \& \ T$	2,7 \rightarrow E
3	(9)	$T \rightarrow U$	3 \leftrightarrow E
1,2,4	(10)	T	8 $\&$ E
1,2,3,4	(11)	U	9,10 \rightarrow E
1,2,3	(12)	$P \rightarrow U$	11 \rightarrow I (4)

iii $Q \ \& \ R, Q \rightarrow P \vee S, \sim(S \ \& \ R) \vdash P$

1	(1)	$Q \ \& \ R$	A
2	(2)	$Q \rightarrow P \vee S$	A
3	(3)	$\sim(S \ \& \ R)$	A
4	(4)	$\sim P$	A
1	(5)	Q	1 $\&$ E
1,2	(6)	$P \vee S$	2,5 \rightarrow E
1,2,4	(7)	S	4,6 \vee E
1	(8)	R	1 $\&$ E
1,2,4	(9)	$S \ \& \ R$	7,8 $\&$ I
1,2,3	(10)	P	3,9 RAA (4)

x $P \vee Q \leftrightarrow P \ \& \ Q \vdash P \leftrightarrow Q$

1	(1)	$P \vee Q \leftrightarrow P \ \& \ Q$	A
1	(2)	$P \vee Q \rightarrow P \ \& \ Q$	1 \leftrightarrow E
3	(3)	P	A
3	(4)	$P \vee Q$	3 \vee I
1,3	(5)	$P \ \& \ Q$	2,4 \rightarrow E
1,3	(6)	Q	5 $\&$ E
1	(7)	$P \rightarrow Q$	6 \rightarrow I (3)
8	(8)	Q	A
8	(9)	$P \vee Q$	8 \vee I
1,8	(10)	$P \ \& \ Q$	2,9 \rightarrow E
1,8	(11)	P	10 $\&$ E
1	(12)	$Q \rightarrow P$	11 \rightarrow I (8)
1	(13)	$P \leftrightarrow Q$	7,12 \leftrightarrow I